

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
Математических методов исследования операций
Азарнова Т.В.
26.05.2020



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.16 Математическая статистика

- 1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:**
02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем
- 2. Профиль подготовки / специализация/магистерская программа:**
Проектирование и разработка информационных систем
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра математических методов исследования операций
- 6. Составитель программы:** Каширина Ирина Леонидовна, доктор техн. наук, проф. Кафедры математических методов исследования операций
- 7. Рекомендована:** НМС факультета Прикладной математики, информатики и механики, протокол №9 от 24.05.2019. НМС факультета Прикладной математики, информатики и механики, протокол №9 от 23.05.2020
- 8. Учебный год:** 2020/2021 **Семестр(ы):** 4

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цель – подготовить студентов к использованию аппарата математической статистики для обработки статистических данных, связанных с профессиональной деятельностью.

Задачи: ознакомление студентов с основными концепциями прикладной статистики; раскрытие роли вероятностно-статистического инструментария в прикладных исследованиях; изучение основ статистического описания данных, постановок и методов решения фундаментальных задач математической статистики, таких как задача оценивания, задача проверки гипотез.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Дисциплина входит в базовую часть учебного плана и изучается 4-м семестре.

Изучение данного курса должно базироваться на знании студентами материала дисциплины «Теория вероятностей», изучаемого в рамках программы подготовки бакалавра.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.3	Осуществляет выбор современных математических инструментальных средств для обработки исследуемых явлений в соответствии с поставленной задачей, анализирует результаты расчетов и интерпретирует полученные результаты.	знать: – основные понятия и концепции математической статистики, порядка применения соответствующего теоретического аппарата; – основные принципы построения математических моделей средствами аппарата математической статистики для описания различных схем и процессов, связанных со случайными явлениями в практических приложениях уметь: -обработать и анализировать статистические данные, осуществлять методами точечного и интервального оценивания параметров подгонку теоретических распределений к статистическим данным, проверять статистические гипотезы, строить регрессионные модели, выявлять взаимосвязи между измеренными в различных шкалах признаками объектов статистической совокупности владеть (иметь навык(и)): -интерпретировать результаты статистических исследований и применять их при решении практических задач; -применять при решении прикладных задач статистического характера методы компьютерного моделирования и вычислительного эксперимента, пользуясь общесистемными средствами программного назначения, современными программными продуктами и информационными технологиями.

12. Структура и содержание учебной дисциплины

Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 3/108.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	В том числе в интерактивной форме	По семестрам
			5 сем.
Аудиторные занятия	64	16	64
в том числе:			
лекции	32		32
практические	16		16
лабораторные	16	16	16
Самостоятельная работа	44	12	44
Итого:	108	28	108
Форма промежуточной аттестации	зачет с оценкой		зачет с оценкой

13.1 Содержание разделов дисциплины:

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Основные понятия и задачи математической статистики	Случайная выборка и генеральная совокупность. Функция распределения выборки. Эмпирическая функция распределения и гистограмма. Выборочные характеристики: средние величины, показатели вариации. Выборочные моменты.	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
1.2	Основы выборочного метода. Точечные оценки. Методы нахождения точечных оценок.	Основы выборочного метода. Понятие оценки параметров. Точечные оценки и их свойства. Методы нахождения оценок. Метод максимального правдоподобия, свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов для точечных оценок. Определение эффективных оценок с помощью неравенства Рао-Крамера-Фреше.	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
1.3	Интервальные оценки.	Понятие интервального оценивания. Доверительная вероятность и предельная ошибка выборки. Построение доверительных интервалов для оценки вероятности, математического ожидания и дисперсии.	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
1.4	Проверка статистических гипотез.	Общая схема проверки статистических гипотез. Проверка статистических гипотез о равенстве средних и равенстве долей признака по большим независимым выборкам. Критерий Пирсона проверки гипотез о виде распределения.	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057

1.5	Основы корреляционного и регрессионного анализа	Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Поле корреляции, выборочный коэффициент корреляции. Уравнение линейной регрессии	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
2. Практические занятия			
1.1	Основные понятия и задачи математической статистики	Решение задачи математической статистики. Обработка первичной статистической совокупности, создание группированного статистического ряда, построение полигона и гистограммы, построение эмпирической функции распределения.	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
1.2	Основы выборочного метода. Точечные оценки. Методы нахождения точечных оценок.	Решение задач на определение числовых характеристик статистического распределения.	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
1.3	Интервальные оценки.	Решение задач на построение доверительных интервалов	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
1.4	Проверка статистических гипотез.	Решение задач на нахождение закона распределения по опытным данным. Решение задач по проверке гипотез о нормальном распределении с использованием критерия согласия Пирсона	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
1.5	Основы корреляционного и регрессионного анализа	Решение задач на составление уравнения парной линейной регрессии. Построение линии регрессии.	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
3. Лабораторные занятия			
1.1	Основные понятия и задачи математической статистики	Проведение практических расчетов с использованием программных средств по темам: Обработка первичной статистической совокупности, создание группированного статистического ряда, построение полигона и гистограммы, построение эмпирической функции распределения.	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
1.2	Основы выборочного метода. Точечные оценки. Методы нахождения точечных оценок.	Проведение практических расчетов с использованием программных средств по теме: определение числовых характеристик статистического распределения.	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
1.3	Интервальные оценки.	Проведение практических расчетов с использованием программных средств по теме: построение доверительных интервалов	Математическая статистика копия 3

			https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
1.4	Проверка статистических гипотез.	Проведение практических расчетов с использованием программных средств по теме: нахождение закона распределения по опытным данным, проверка гипотез о нормальном распределении с использованием критерия согласия Пирсона	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057
1.5	Основы корреляционного и регрессионного анализа	Проведение практических расчетов с использованием программных средств по теме: Построение линии регрессии по опытным данным.	Математическая статистика копия 3 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057

13.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные понятия и задачи математической статистики	4			8	12
2	Основы выборочного метода. Точечные оценки. Методы нахождения точечных оценок.	6	4	4	8	22
3	Интервальные оценки.	8	4	4	8	24
4	Проверка статистических гипотез.	8	4	4	10	26
5	Основы корреляционного и регрессионного анализа	6	4	4	10	24
Итого:		32	16	16	44	

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Обучение организуется в соответствии с настоящей программой. Для лучшего усвоения материала студентам рекомендуется домашняя работа с конспектами лекций, презентациями, выполнение практических заданий для самостоятельной работы

Самостоятельная работа включает:

- изучение и конспектирование дополнительной литературы в соответствии с программой курса;
- консультации преподавателя по наиболее сложным темам;
- выполнение лабораторных работ.

Итогом самостоятельной работы является сдача лабораторных работ, которые должны показать степень усвоения материала студентом и отразить самостоятельное изучение им отдельных тем курса.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
-------	----------

1	Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высш. шк., 2011. 479 с.
2	Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. — 2-е изд., перераб. и доп.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010— 573 с.
3	Свешников, А.А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2013. — 446 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=5711
4	Буре В. М. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / Буре В. М., Парилина Е. М. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=10249

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Б. Миносцев (под ред.), Е.А. Пушкарь (под ред.), Н.А. Берков [и др.]. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2013. — 304 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=32817
6	Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высш. шк., 2011. 404 с.
7	Боровков А. А. Математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 704 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3810
8	Кобзарь, А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2012. — 813 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59747

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
9	www.lib.vsu.ru – Зональная научная библиотека ВГУ
10	https://lanbook.lib.vsu.ru/books - Издательство Лань
11	Онлайн-курс Математическая статистика https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5057

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Каширина, И.Л. Математическая статистика / К.В. Чудинова, И.Л. Каширина .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — 54 с.

17. 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

RStudio — свободная среда разработки программного обеспечения с открытым исходным кодом для языка программирования R, который предназначен для статистической обработки данных. Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендованы онлайн-курсы «Теория вероятностей» и Математическая статистика, размещенные на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория должна быть оснащенной современным компьютером с подключенным к нему проектором с видеотерминала на настенный экран. Аудитория для проведения лабораторных занятий должна быть компьютерным классом с современной компьютерной техникой и соответствующим программным обеспечением.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Основные понятия и	ОПК-1.	ОПК-1.3	Тест

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	задачи математической статистики			
2	Основы выборочного метода. Точечные оценки. Методы нахождения точечных оценок.	ОПК-1.	ОПК-1.3	Тест
3	Интервальные оценки.	ОПК-1.	ОПК-1.3	Тест
4	Проверка статистических гипотез.	ОПК-1.	ОПК-1.3	Задание для лабораторной работы 1
5	Основы корреляционного и регрессионного анализа	ОПК-1.	ОПК-1.3	Практическое задание
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет с оценкой				<i>Перечень вопросов</i> Практическое задание

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

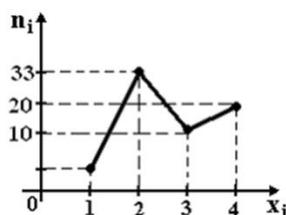
Тестовые задания, Лабораторные работы

Тестовые задания

1. Совокупность наблюдений, отобранных случайным образом из генеральной совокупности, называется

- | | |
|----------------------------------|---------------------|
| 1) <i>Репрезентативной</i> | 2) <i>Вариантой</i> |
| 3) <i>Выборкой</i> | 4) <i>Частотой</i> |
| 5) <i>Сплошным обследованием</i> | 6) <i>Частостью</i> |

2. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 70$, полигон частот которой имеет вид



Тогда число вариант $x_i = 1$ в выборке равно ...

- | | | | |
|------|------|-------|------|
| 1) 8 | 2) 7 | 3) 70 | 4) 6 |
|------|------|-------|------|
3. Объем выборки 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 6 равен ...
4. Мода вариационного ряда, полученного по выборке 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 6 равна ...
5. Размах вариационного ряда, полученного по выборке 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 6 равен ...
6. Для выборки 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4 установите соответствие между вариантой и ее весом
- | | |
|------|-----------------------|
| A) 2 | 1) Частота равна 2 |
| B) 3 | 2) Частость равна 0,1 |

С) 4

3) Накопленная частота равна 5

4) Накопленная частота равна 0,8

7. Объем выборки $n = 50$, частота варианты $n_2 = 5$, частота этой же варианты равна ...

8. Дан вариационный ряд

варианта	1	5	7	9
частота	4	7	3	1

Накопленная частота варианты $x_3 = 7$ равна ...

9. Дан вариационный ряд

варианта	1	5	7	9
частота	5	7	10	3

Медиана этого ряда равна ...

10. Значение величины $\overline{x} - \bar{x}$ равно ...

Лабораторная работа

Задание:

1. Вычислить выборочные средние и выборочные дисперсии для X и Y
2. Построить гистограммы, разбив выборки на 5 интервалов
3. Вычислить значение выборочного коэффициента корреляции
4. Построить поле корреляции и теоретическую линию регрессии (см. рис)
5. Проверить гипотезу о том, что генеральные совокупности X и Y распределены по нормальному закону. Использовать критерий Пирсона.
6. Из выборки, для которой гипотеза о нормальном распределении подтвердилась, взять первые 10 элементов. Найти доверительный интервал для генеральной средней. Везде уровень значимости $\alpha = 0.05$

X	Y	X	Y
-0.633946	8.610965	1.008618	5.121142
0.556839	9.801750	4.781983	6.311927
0.015573	7.528433	1.847144	7.502712
2.938408	8.719218	1.148373	8.693497
2.397142	8.177953	0.449601	9.884282
0.123826	9.368737	5.760263	7.610965
1.314611	7.095421	0.589356	7.069699
2.505396	8.286205	2.126652	8.260484
3.696181	8.935724	-3.044255	7.719218
2.613649	11.858561	2.965178	8.910004
3.804434	12.508080	6.738543	8.368737
1.531117	10.234763	1.577635	9.559523
0.989851	7.961446	5.341000	0.018256
-1.283465	6.337648	-0.528678	7.394459
2.830155	7.636687	4.781983	9.776029
1.747623	7.095421	-0.388924	9.234763
0.665092	6.554155	4.222966	4.688129
1.855877	7.744940	1.288127	6.528433
1.314611	6.770661	1.427881	7.177952
0.773345	12.616333	4.502475	7.286206
1.964130	11.533801	3.803703	10.858561
1.422864	6.445902	5.620509	11.508080
0.340332	11.100788	-0.947941	6.961446
-1.283465	11.750307	-0.947941	10.533801
-1.283465	8.502712	-0.947941	7.502712

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Теоретические вопросы, практические задания

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом математической статистики;
- 2) умение анализировать многомерные данные и преодолевать вычислительные проблемы, связанные с высокой размерностью данных;
- 3) умение применять методы математической статистики при решении задач в различных прикладных областях;
- 5) владение навыками использования программных средств для статистического анализа данных
- 7) владение навыками интерпретации полученных результатов в терминах прикладной области с целью получения новых знаний и выводов.

Пример практического задания

Распределение 50 предприятий по стоимости основных производственных фондов X (млн. руб.) и стоимости произведенной продукции Y (млн. руб.) представлены в таблице:

$x \backslash y$	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40	40–45	Итого:
20–30	1	4	2				7
30–40	2	4	5	2			13
40–50		5	6	2	1		14
50–60			1	3	3	4	11
60–70				1	3	1	5
Итого:	3	13	14	8	7	5	50

Необходимо:

- 1) вычислить групповые средние \bar{x}_i и \bar{y}_j и построить эмпирические линии регрессии;
- 2) предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y ; в) используя соответствующее уравнение регрессии, определить среднюю стоимость произведенной продукции, на предприятиях со стоимостью основных производственных фондов 45 млн. руб.

Перечень вопросов к зачету:

1. Задачи мат. статистики. Выборка и генеральная совокупность.
2. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативность. Способы отбора.
3. Вариационный ряд. Статистическое распределение выборки. Дискретный и интервальный ряд.
4. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон частот.
5. Числовые характеристики выборки: выборочная средняя (и ее свойства), мода, медиана
6. Числовые характеристики выборки: выборочная дисперсия (и ее свойства), коэфф. вариации.
7. Статистические оценки параметров. Свойства оценок: несмещенность, эффективность, состоятельность.
8. Метод моментов и метод максимального правдоподобия для точечной оценки параметров

- распределения.
9. Оценка генеральной доли для повторной выборки. Ее свойства.
 10. Оценка генеральной средней для повторной выборки. Ее свойства.
 11. Смещенность выборочной дисперсии. Исправленная выборочная дисперсия.
 12. Точечные и интервальные оценки , доверительный интервал, доверительная вероятность .
Предельная ошибка
 13. Доверительный интервал для генеральной средней и генеральной доли для большой выборки.
 14. Формулы для определения оптимального объема выборки.
 15. Статистическая гипотеза. Нулевая и альтернативная, простая и сложная гипотезы. Критическая область и область допустимых значений. Статистический критерий.
 16. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости и мощность критерия. Схема проверки стат. гипотез
 17. Проверка гипотезы о равенстве средних
 18. Проверка гипотезы о виде распределения.
 19. Понятие корреляционного и регрессионного анализа. Корреляционная таблица. Поле корреляции. Эмпирическая и теоретическая линия регрессии. Выборочный коэффициент корреляции.

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».
Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
<i>Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), сдал все практические и лабораторные работы, среднее количество правильных ответов на вопросы тестов превышает 80%.</i>	<i>Отлично</i>
<i>Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), но не сдал одну практическую или лабораторную работу, среднее количество правильных ответов на вопросы тестов находится в диапазоне 70-80%.</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Обучающийся демонстрирует неуверенное владение понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), не сдал две практических или лабораторных работы, среднее количество правильных ответов на вопросы тестов находится в диапазоне 60-70%.</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки, не сдал более двух практических или лабораторных работы, среднее количество правильных ответов на вопросы тестов менее 70%.</i>	<i>Неудовлетворительно</i>